

日本独自の技術 「パラメトロン」

(株)IIJ イノベーションインスティテュート
研究顧問 和田 英一

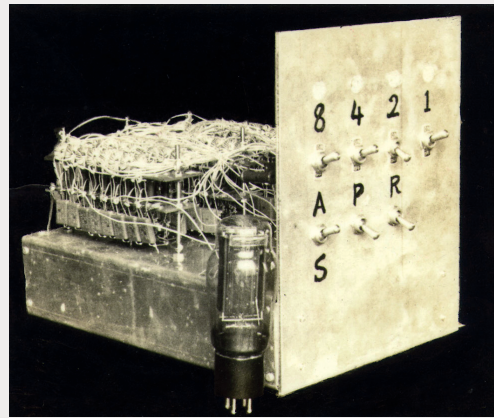
飯田橋の近く、東京理科大学の神楽坂キャンパスにある近代科学資料館で、2018年10月28日～12月1日に企画展「パラメトロンとリレー計算機」が開催され、期間中に1,800名を超える来館者があった。パラメトロンは1950年代に東京大学理学部の後藤英一が発明した論理演算素子で、1960年代までの日本ではパラメトロンを使った多くの計算機が製造された。この企画展によって、今もパラメトロンの人気の高いことが分かる。

卓上用の小型の計算機は別として、大型のものは、最初は機械式であり、次にリレーが使われるようになり、AtanasoffのABC(Atanasoff Berry Computer, 1942年)やMauchlyとEckertのENIAC(Electronic Numerical Integrator and Computer, 1945年)などから電子の時代になった。

1950年頃になると、日本でも電子計算機を作ろうという機運になり、大阪大学の城憲三たちはENIACの回路の検討をはじめ、富士写真フィルム(当時)の岡崎文次はFUJICを完成させ(1956年)、東京大学では東京芝浦電気(当時)と組み、電子計算機TAC(Todai Automatic Computer)の開発に取り組んだ。

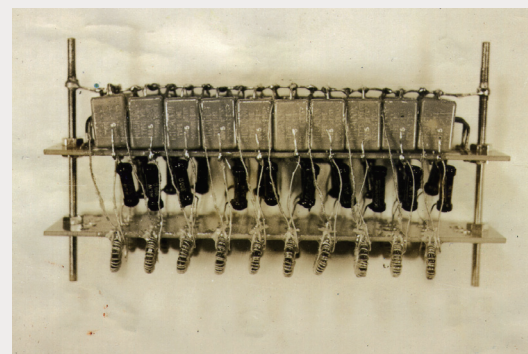
東京大学理学部物理学科の高橋研究室では、TACの勉強会にも参加していたが、自分たちの計算機が欲しいということで、安価に実現する可能性を探しはじめ、電話交換機の回転スイッチにつないだコンデンサを記憶装置にする、機械電子式なる計画が進行していた。その頃、大学院生になった後藤は、1954年の春、フェライトのコアを使ったLC回路の1/2分周波発振が記憶に使えるのではないかと考え、これを論理回路として使う素子にまとめて「パラメトロン」と命名した。このあたりのことは、後藤が書いた情報処理学会誌の記事に詳しい⁽¹⁾。

最初にできたパラメトロンによる加算器と、それに使ったパラメトロンの写真が、情報処理学会のコンピュータ博物館にあった(図1、2)。



出典：一般社団法人 情報処理学会 Web サイト「コンピュータ博物館」

図1 最初に作られたパラメトロン加算器



出典：一般社団法人 情報処理学会 Web サイト「コンピュータ博物館」

図2 パラメトロン加算器に使われたパラメトロン

パラメトロンの仕組み

この素子は、パラメータ励振(parametric excitation)を利用することからパラメトロンと名付けられた。パラメータ励振は、共振回路の共振周波数を決めるパラメータを周期的に変えると共振が大きくなる(発振する)現象である。

よく知られている現象はブランコ、つまり振り子である。振り子の往復周期 T [秒]は、

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

である。 l [m]は振り子の支点から錘の重心までの長さ、 g は重力加速度 9.8m/秒^2 。次元的には l は M 、 g は M/T^2 だから、この式は確かに時間の次元になる。 l が1mの時、 T は2秒程度だ。

子供がブランコを漕ぐと揺れが大きくなるのは、子供が立ったりしゃがんだりして重心の位置が変わり、周期を決めるパラメータのうち l が変わるからである。子供は

ブランコが一方に行く時に1回しゃがんで立ち、反対方向に行く時に1回しゃがんで立つから、ブランコの1周期に2回しゃがんで立つ。このようにパラメータ励振では、励振周波数が発振周波数の2倍の時に効果が大きい。

ロンドンの科学博物館には、ほかの博物館にもあるような Foucault 振子があるが、ここでは Pippard 振子という。ケンブリッジ大学の Pippard の考案で、Foucault 振子の上部の支点をわずかに上下させ、パラメータ励振をかけて、振り子をいつまでも揺らしている(図3、4)。

パラメトロンでは LC 回路をパラメータ励振する。

図5の LC 回路があり、コンデンサのキャパシタンスが C ファラド [F]、コイルのインダクタンスが L ヘンリー [H] の時、回路の発振周波数 T [秒]は、

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

である。 $C = 0.2\text{F}$ 、 $L = 1\text{H}$ とすると、 $T = 2.81$ 秒。時刻 0 で $v_0 = 10\text{V}$ 、 $i_0 = 0\text{A}$ として計算機で発振をシミュレートしたのが図6である。赤線が電流、青線が電圧、緑線がインダクタンスを表す。

もちろん電圧も電流も振幅は一定で振動する。次にパラメトロンのように L を

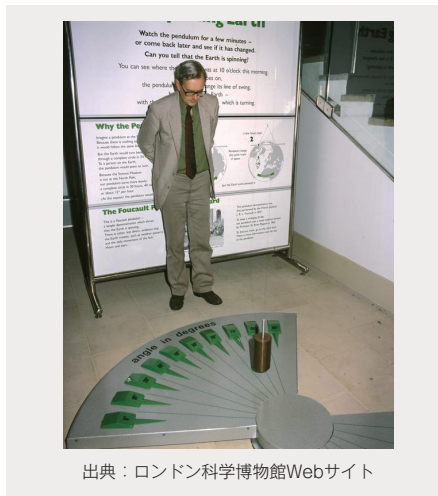
$$L = 1 + 0.15\cos(4\pi t/T)$$

で変えてみると、図7の通り、時間とともに振動が大きくなるのが見られる。

以上がパラメータ励振であるが、後藤が目にしたのはパラメータ励振における分周波作用であった。LC 回路を周波数 $2f$ (例えば 2MHz) で励振し(図8の黒線)、回路が周波数 f (1MHz) で発振すると、その発振の位相には図の赤線と青線の2つの可能性があるということだ。一方は、他方と半周期(π)だけずれている。それで一方を 0 相、他方を π 相といい、発振がどちらの位相にあるかで 1 ビットを記憶できるわけだ。その 0 と 1 は、これを 0 と決めた発振と同位相で発振していれば 0、逆位相で発振していれば 1 である。したがって、どこかに 0 で発振している基準の回路が必要になる。

これをブランコに例えると、遊園地

に2台のブランコがあり、それぞれに子供が乗っている。その横で誰かが「しゃがめ、立て、しゃがめ、立て…」と言いつけ、子供はそれに従ってしゃがんだり立ったりする。この時、2台のブランコは揃って揺れたり、反対方向に揺れたりするが、1台のブランコの揺れ方を 0 として、もう1台が揃って揺れていればそれも 0 だし、反対に揺れていればそれは 1 ということだ。ブランコの場合、どちらの位相で揺れるかは、子供が乗った時の最初の微小な振動に依存する。パラメトロンの場合は、励振がかかる直前に回路がどちらの位相で揺れていたかに依存する。したがって、励振の前にどちらかの位相で微かな電



出典：ロンドン科学博物館Webサイト



出典：ロンドン科学博物館Webサイト

図3 ロンドン科学博物館の Pippard 振子

図4 Pippard 振子の支持具付近

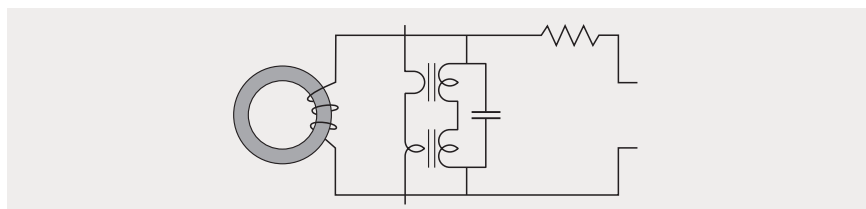


図5 パラメトロン素子の LC 回路

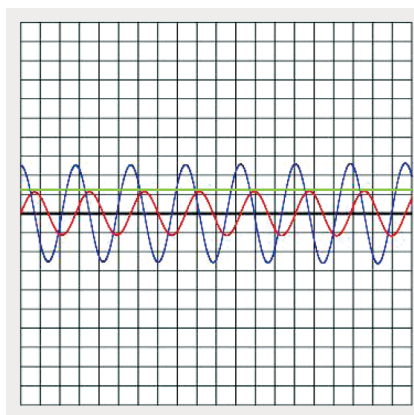


図6 LC 回路の発振のシミュレーション

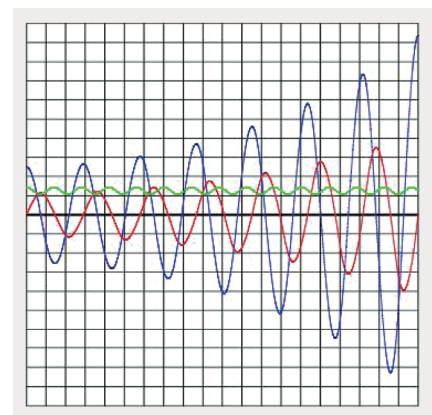


図7 パラメータ励振のシミュレーション

流を入れておけば、励振がかかった時には、そのわずかな電流の位相で発振する。そこで別のパラメトロンの発振を、トランスを経由して励振前のパラメトロンに与えておけば、後段のパラメトロンは前段のパラメトロンと同位相になり、情報が伝達する。

パラメトロンは図5のように、LC回路のほかに前段から情報を得るための結合トランスと、後段に伝えるための出力端子を持つ。

そのほか、LC回路の励振には、前述のシミュレーションのようにインダクタンスを変えることにし、そのためにフェライトコアの中に周波数 $2f$ の交流を重畳させた直流を流す。

こうしてできたパラメトロンを3個、ループ状に接続し(図9)、それぞれをⅠ相、Ⅱ相、Ⅲ相という。この相は発振の0相、 π 相の「相」とは違うことに注意がいる。

この3個のパラメトロンのそれぞれに図10の励振電流を流す。つまり、 t_1 までは第Ⅲ相だけに励振がかかり、Ⅲ相のパラメトロンだけが発振している。したがって、この出力が結合しているⅠ相のパラメトロンにはⅢ相と同相の発振が伝わっている。 t_1 でⅠ相の励振がはじまる

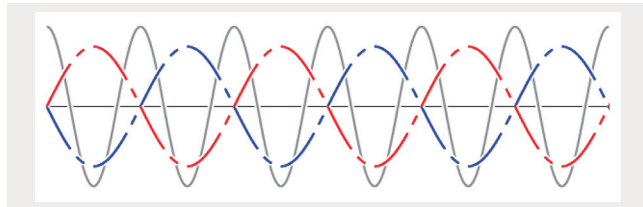


図8 励振と1/2分周波

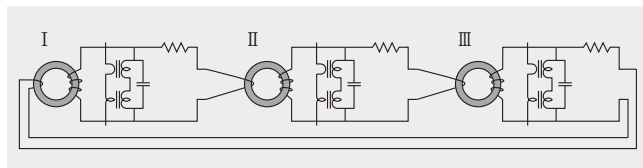


図9 パラメトロンの接続

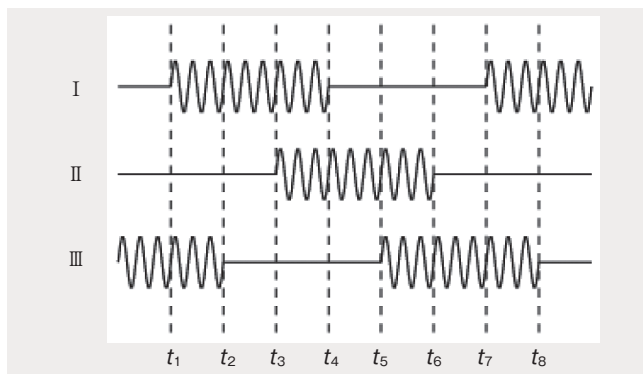


図10 三拍励振

と、Ⅰ相のパラメトロンが発振をはじめ、 t_2 でⅢ相の励振が終わり、Ⅲ相のパラメトロンの発振も止まる。 t_2 から t_3 の間はⅠ相の発振の位相がⅡ相に伝わり、 t_3 でⅡ相の励振がはじまると、Ⅱ相のパラメトロンが同じ位相で発振をはじめ。これを三拍励振という。

このようにしてパラメトロンの発振の位相(情報)は、Ⅰ相→Ⅱ相→Ⅲ相→Ⅰ相とパラメトロンを経由して伝わり、維持される。

1個のパラメトロンが連続的に発振し続けず、断続的に発振するのは、その間に論理処理を行いたいからである。

図11のように、ある相の3個のパラメトロンの出力を次の相のパラメトロンに結合すると、次の相のパラメトロンは出力の波を足し合わせるから、前の相のパラメトロンの発振の位相の多数決で位相が決まる。この時、結合トランスに線を逆方向に通すと位相が反転し、情報としては0と1が逆転し、いわゆる否定がとれる。

結合の様子をいちいちパラメトロンから描くのは止めて、同図の右のようにパラメトロンを円で表し、結合はその間を直線で結ぶ。否定として結合する時は、線にそれを横切る短線を添えて示す。

多数決論理と閾値関数

ものの本には、論理関数は論理積(And)と論理和(Or)と否定(Not)があれば構成できるとか、Shefferのstroke function(Nandのこと)だけあれば良いとか書いてあるが、パラメトロンが拠って立つ基盤は多数決論理である。前段からの情報が位相の多数決で決まるから当然である。もちろん多数決のほかに否定は必要だが、パラメトロンでは前述したように結合の線をトランスに逆に通す。

Donald E.Knuthの「The Art of Computer Programming Vol 4A」(以後:TAOCP)の論理関数の説明では、多数決はもっと一般的な中央値(Median)と

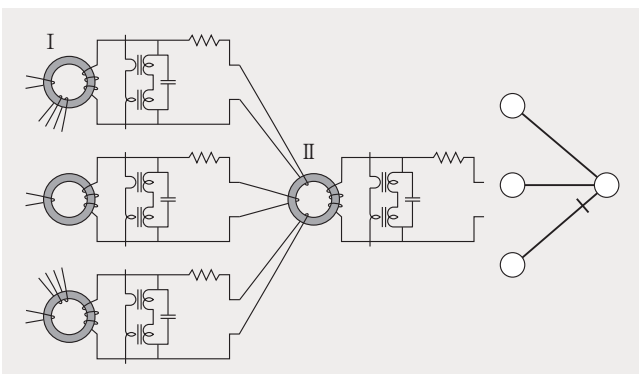


図11 多数決論理

して紹介されている。

中央値は $n \geq 0$ について、全順序の奇数個の入力 a_0, a_1, \dots, a_{2n} を昇順に並べた時、中央にくる値、つまり 0 から番号をつけたとして、 n 番目の値を返す関数である。最大値、最小値風に言えば、最中値というべきものだ。TAOCP では、この関数を $\langle \cdot \rangle$ を用いて、

$$\langle a_0 a_1 \dots a_{2n} \rangle$$

と書く。2 数 x, y の大きい方をとる関数は $\langle xy \infty \rangle$ 、小さい方は $\langle xy - \infty \rangle$ と書ける。3 数 x, y, z の最大値は $\langle xyz \infty \infty \rangle$ だ。このように変数のほかに ∞ のような定数を入れて色々な関数を作れる。

論理演算についても中央値関数が使えて、今、偽を 0、真を 1 とすると、真理値 x, y の論理和 $x \vee y$ は $\langle xy 1 \rangle$ 、論理積 $x \wedge y$ は $\langle xy 0 \rangle$ である。これを 図 12 の左の上のように、定数 0 や 1 は入力としては描かず、パラメトロンの円内に $-$ や $+$ を書いて示す。パラメトロンが発明された直後、色々な記法を試みた結果、これが一番分かりやすいということで採用された。

含意の論理関数 $x \supset y$ は、別の書き方では $\bar{x} \vee y$ なので、同図の左下のようになる。

右上は半加算器 $x \oplus y$ で、これは単調関数ではないから多数決 1 段では得られず、 $(x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})$ のように構成する。

以上の論理関数は、変数 x, y のほかに定数を利用したが、多数決演算の真価は定数なしの回路で現れる。右下は 3 変数 x, y, z の全加算器の美しい図で、山田の回路という。図 13 は、これをパラメトロンの図で描いたものだ。

全加算器は二進法 1 桁の加算で、その桁の両加数のビットと、下の桁からの繰り上がりを足し、その桁の和 s と上の桁への繰り上がり c を作るものである。And、Or、Not の世界では、図 14 のように作るから多数決の方がエレガントと思うのは私だけだろうか。

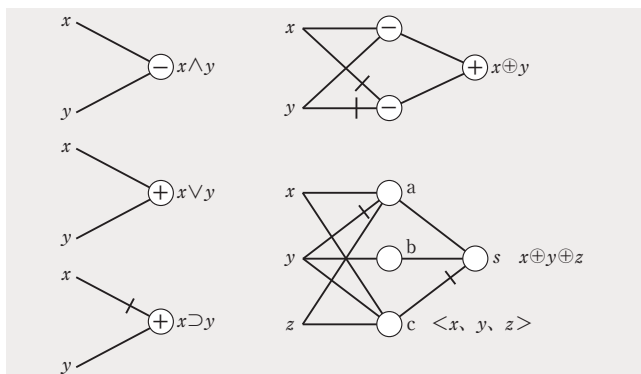


図 12 パラメトロンの基本的な回路

図 15 は内部状態のある回路で、左下は 4 段 (4 ビット) カウンタ (in が 1 になったのを数える)、右上はフリップフロップ (s がセット、r がリセット) の例だ。どれにも元へ戻る線が見られる。

全加算器だけでなく、高速桁上げ回路も自己双対で美しい。図 16 は下からの繰上げ c_0 と 2 つの 8 ビットの数 $x_7 x_6 \dots x_0$ と $y_7 y_6 \dots y_0$ を足し、8 ビットの和 $s_7 s_6 \dots s_0$ と繰上げ c_8 を得るものである。

下からの繰上げは減算の時、1 の補数をとって足すわけだが、それを 2 の補数にするために 1 を入れるのに使う。

図の右に縦に並ぶホームベース状の五角形は全加算器を表す。全加算器の下の 2 本の入力は、はるか左にある x_i, y_i だが、図を単純に保つため途中の線を省いてある。左のネット状の回路が高速桁上げの部分である。 $c_1 = \langle c_0 x_0 y_0 \rangle$ と $c_2 = \langle c_1 x_1 y_1 \rangle$ は入力の多数決をとるだけだ。

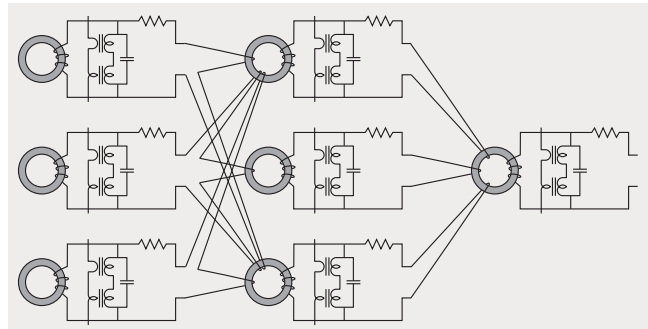


図 13 全加算器

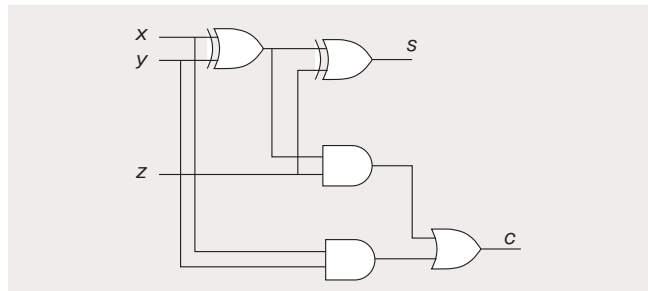


図 14 And、Or、Xor による全加算器

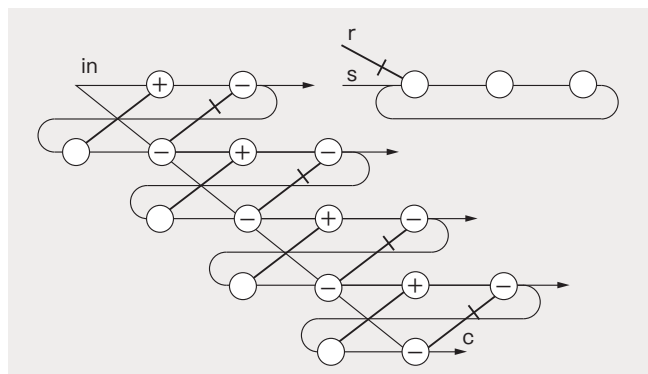


図 15 4 段のカウンタとフリップフロップ

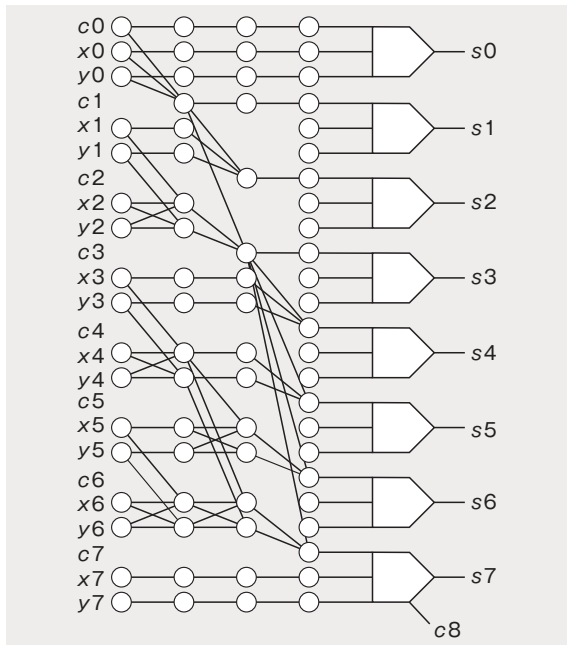


図 16 高速桁上げ回路

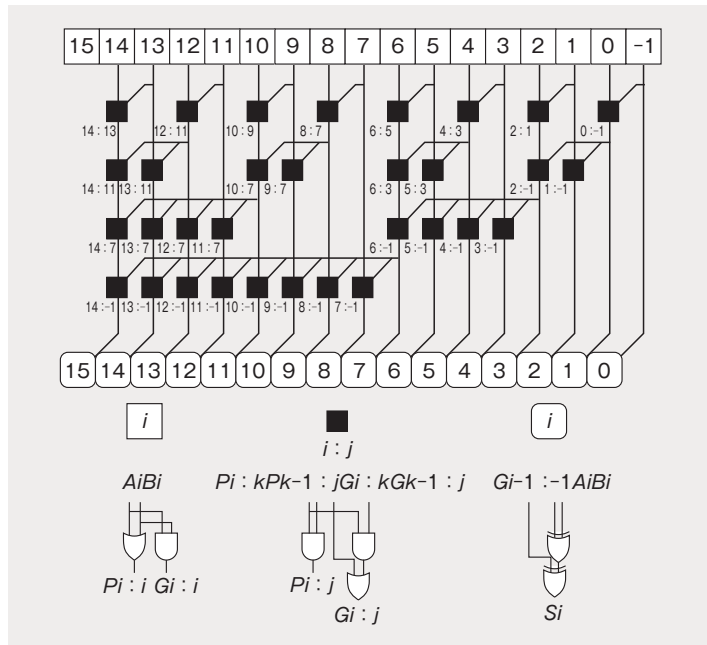


図 17 And、Or、Xor による高速桁上げ回路

c_3 は x_2, y_2 が共に 0, 0 または 1, 1 なら、その右隣の 2 つのパラメトロンも x_1, y_1 の 0, 1 に関係なく 0, 0 または 1, 1 になり、 c_3 も 0 か 1 になる。 x_2, y_2 が 0 と 1 の時は打ち消し合い、 x_1, y_1 が 0, 0 か 1, 1 ならそれで決まる。これがまた 0, 1 なら c_1 がキャスティングポートを持つ。以下、上の桁までこのロジックで繰上げが対数の段数で決まっていく。

David Money Harris, Sarah L. Harris の『デジタル回路設計とコンピュータアーキテクチャ [ARM 版]』には、プリフィックス加算器の話があり、And、Or、Xor での同様な回路があった(図 17。この絵は 16 ビット)。

ところで、多数決(真理値を返す中央値)は閾値関数でもある。閾値関数は TAOCP 流に書くと、

$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = [w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n \geq t]$
 となる。右辺の両端の $[,]$ は Iverson ブラケットで、 $[R]$ は R が真の時 1、偽の時 0 を返す。 w_1, \dots, w_n は重み、 t は閾値である。

したがって、多数決は

$\langle x_1x_2 \dots x_{2t-1} \rangle = [x_1 + x_2 + \dots + x_{2t-1} \geq t]$
 と書ける。

パラメトロン計算機

パラメトロンを使った計算機の全体図については、日本語の Wikipedia を見ていただくことにし、ここでは東大高橋研で作った 2 台について述べる。

図 18 は試作加減乗算機で、内部表現は 3 増十進法



出典：一般社団法人 情報処理学会 Web サイト「コンピュータ博物館」

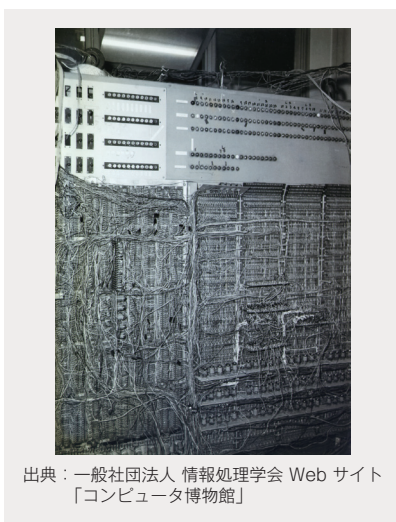
図 18 試作加減乗算機

(excess three) である。印刷電信機の鍵盤から数字と記号 $x, +, -, =$ で、

$$10x_2 + 11x_3 + 12x_3 + 13x_4 =$$

と入力すると、その計算結果 115 が印刷電信機のプリンタに印字される。演算回路は高橋の設計で、卒論生が配線した。それにパラメトロン素子をさらに追加し、印刷電信機のほかに 2 台の紙テープ送信機を接続し、紙テープに穿孔された制御文字で計算を進行する制御回路を私が設計と配線をした。送信機切替え命令や複写開始命令などを追加したので、複雑な計算もできるようになった。

その後、パラメトロン用の記憶装置が開発され、パラメト



出典：一般社団法人 情報処理学会 Web サイト
「コンピュータ博物館」

図 19 パラメトロン計算機 PC-1

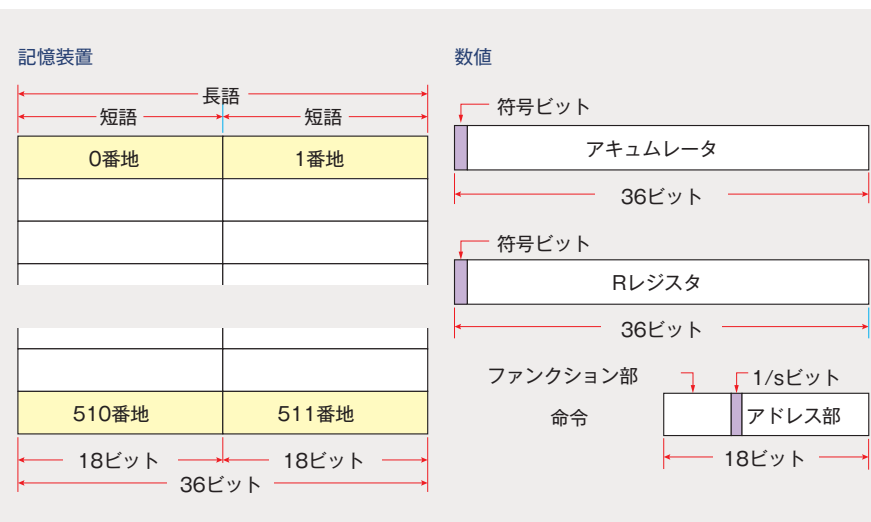


図 20 PC-1 のアーキテクチャ

ロン計算機 PC-1 が 1958 年 3 月 26 日に完成した(図 19)。そのアーキテクチャの概要を図 20 に示す⁽²⁾。

この計算機は、高橋研でさらなる研究に使われたほか、理学部を中心とした学内の研究者に解放され、夜間は主として、ほかの研究室の人たちの計算に使用された。PC-1 は 1964 年の 5 月か 6 月頃、ほかの研究室の人たちが PC-2 を使うようになったので運転を中止した。

パラメトロンの最近の話題

パラメトロンは 1960 年代にトランジスタにとって代わられたが、最近でもたまにニュースに登場する。しかし、詳細は知らない。

冒頭に述べた理科大の「パラメトロンとリレー計算機」企画展には、国立情報学研究所の橋爪宏達らが試作したパラメトロンの演算回路（高速桁上げ回路付きの 8 ビット加算器）が展示された。このパラメトロンは LC 回路のキャパシタンスを変化させる方式であった。昔のパラメトロンを知っている私は、パラメトロンと聞くと電源が面倒だと思うのだが、今は市販の電源で賄えるらしい。

もう 1 つの話題は、元・理研の相馬嵩による三値パラメトロンである。つまり通常の二値パラメトロンが 1/2 分周波発振を利用するのに対し、三値パラメトロンは 1/3 分周波発振を使う。二値パラメトロン発振の位相が 0 と π なのに対し、三値パラメトロンでの位相は図 21 の通り、0 (赤線)、 $2\pi/3$ (青線)、 $4\pi/3$ (緑線) になり、それぞれの波の表す値は、相馬の表記では複素平面での 1 の三乗根の ω を使い、1、 ω 、 $\bar{\omega}$ である。

1 に対して ω と $\bar{\omega}$ があるのは 0、1、 $\bar{1}$ を使う平衡三進法と相性が良いように思われるが、その関係はまだ

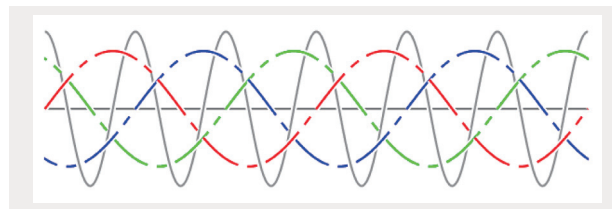


図 21 1/3 分周波を使う三値パラメトロン

よく分からない。

論理演算は、二値パラメトロンと同様に、前段のパラメトロンの出力をとり、その多数決で出力が決まるが、二値パラメトロンの否定に相当するのが $0 \rightarrow \omega \rightarrow \bar{\omega} \rightarrow 0$ の左回転と $0 \rightarrow \bar{\omega} \rightarrow \omega \rightarrow 0$ の右回転である。二値のようにトランスに線を逆向きに通すという技は使えず、遅延を使うということだ。

「計算機屋かく戦えり」の後藤のインタビューの中に、「John McCarthy から、「何でそんな遅い素子を作ったんだ」と言われた」とある。その McCarthy は私に「パラメトロンがあったのは日本に不幸だった」と言ったが、私はパラメトロンがあって良かった、素晴らしかったと思っている。

◆参考文献◆

- (1) 後藤英一：パラメトロン計算機 PC-1, 情報処理, Vol.16, No.1, pp.39-43, Jan.1975
<http://museum.ipsj.or.jp/guide/pdf/magazine/IPSJ-MGN160109.pdf>
- (2) 和田英一：パラメトロン計算機 PC-1 - 回路設計と方式設計 -, 情報処理学会, 1996 年夏のプログラミング・シンポジウム「コンピューティングの歴史」報告集, pp.63-75,
http://museum.ipsj.or.jp/guide/pdf/prosym/1996prosym_008.pdf