インターネット計測とデータ解析 第2回

長 健二朗

2012年4月13日

前回のおさらい

本授業のテーマ

- いろいろな切口からインターネットとデータ解析を考える
  - 容易に計測できないものをどう計るか
  - 大量データからいかに情報を抽出する

第 1 回 イントロダクション (4/6)

- ビッグデータと集合知
- インターネット計測
- 大規模データ解析
- 演習: ruby 入門

今日のテーマ

データとばらつき

- 要約統計量 (平均、標準偏差、分布)
- グラフによる可視化
- 演習: 要約統計量計算と gnuplot によるグラフ描画

データとばらつき

- データはばらつく
  - 真値に対して測定値がばらつく場合
    - 平均値を求めれば必要な値は得られる
    - (だが、値の信頼性を議論するにはばらつきの把握が必要)
  - 測定対象自体がばらついている場合
    - ばらつきを把握する必要

- ばらつきを把握する方法
  - 要約統計量
  - グラフによる可視化

要約統計量 (summary statistics)

標本の分布の特徴を要約して表す数値

- 位置を表す数値:
  - 平均 (mean)、中央値 (median)、最頻値 (mode)
- ばらつきを表す数値:
  - 範囲 (range)、分散 (variance)、標準偏差 (standard deviation)

位置を表す数値

- 平均 (mean):

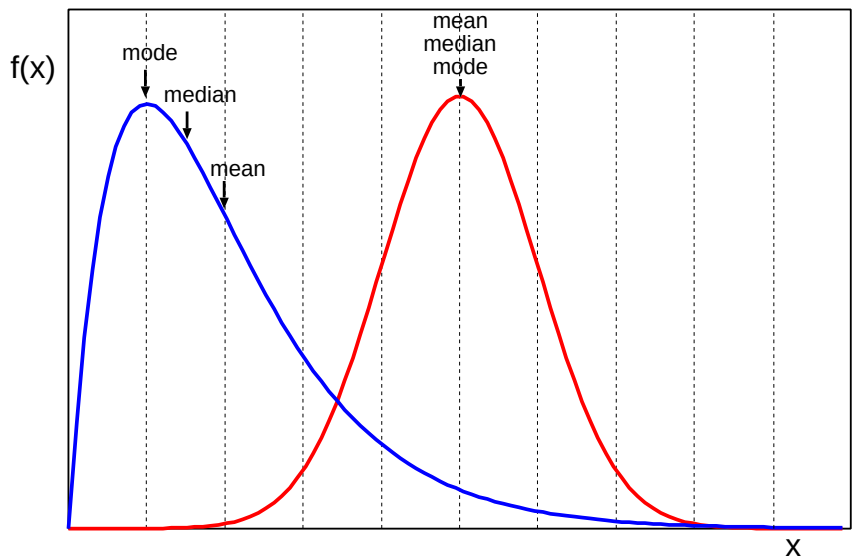
$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- 中央値 (median): データの値をソートして中央にくる値

$$x_{median} = \begin{cases} x_{r+1} & m \text{ が奇数の場合, } m = 2r+1 \\ (x_r + x_{r+1})/2 & m \text{ が偶数の場合, } m = 2r \end{cases}$$

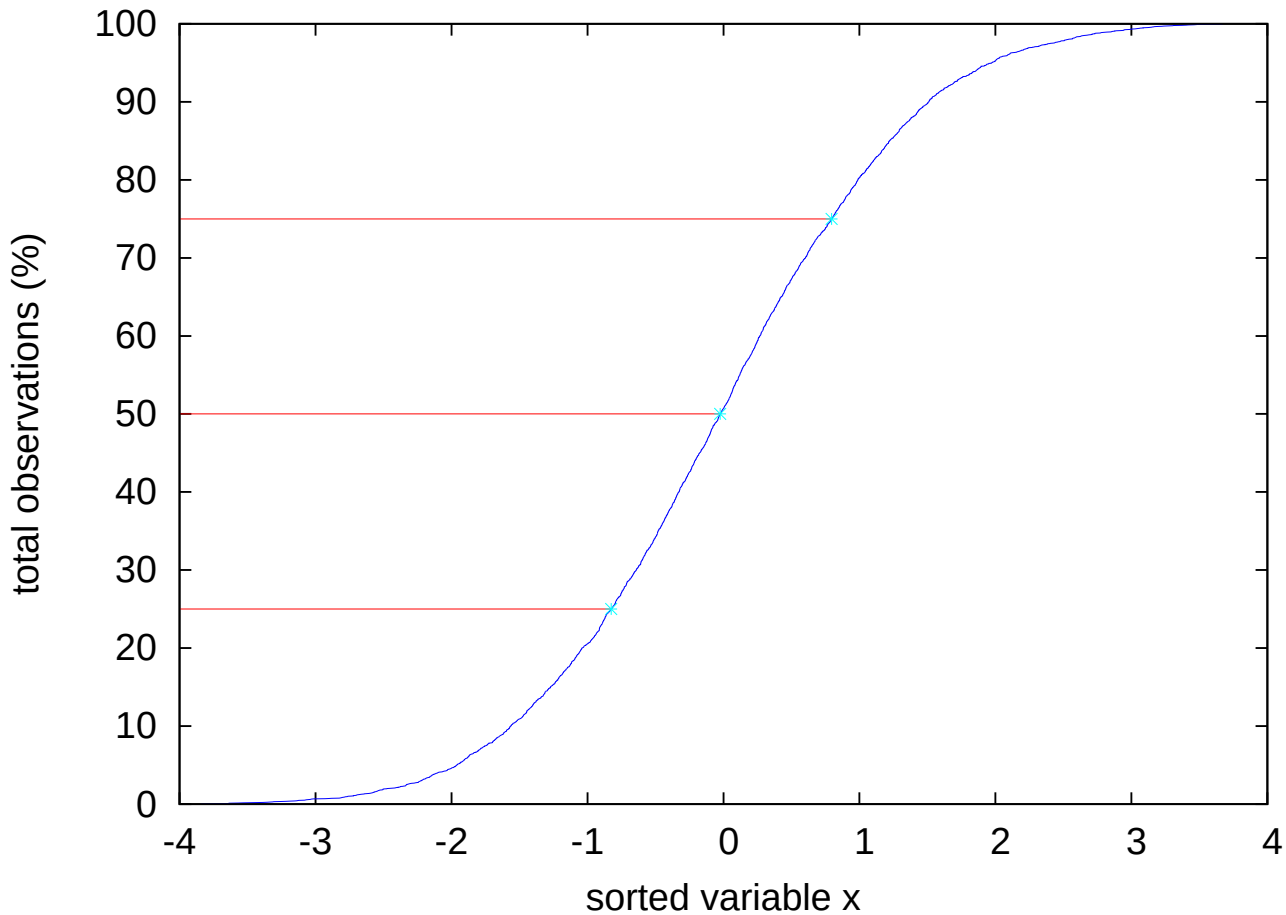
- 最頻値 (mode): 出現頻度が最も高い値

対称な分布であれば、これらは同一



パーセンタイル (percentiles)

- pth-percentile: 小さい方から数えて p%目の値
  - median = 50th-percentile

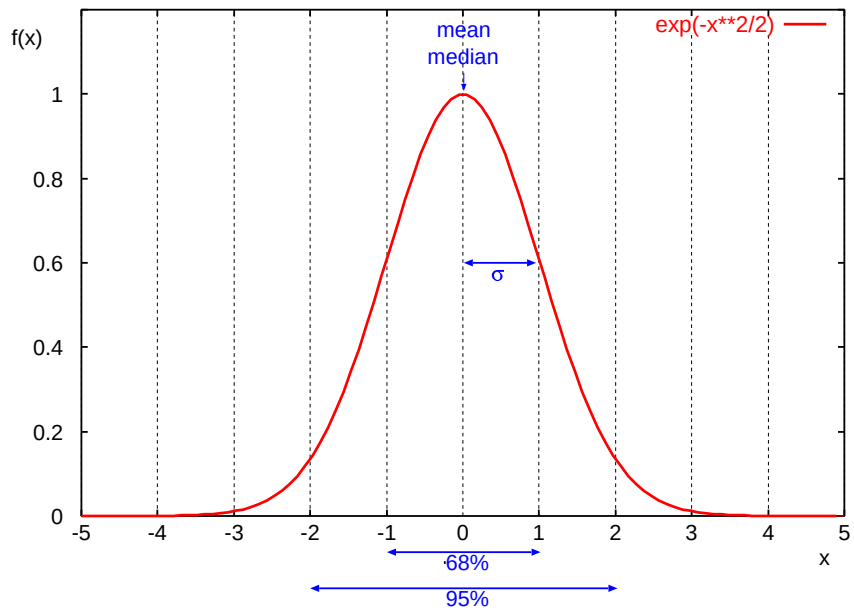


ばらつきを表す数値

- 範囲 (range): 最大値と最小値の差
- 分散 (variance):

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

- 標準偏差 (standatd deviation): σ
  - 平均と同じ次元なので直接比較可能
  - 統計的なばらつきを示すのに最も良く使われる値
- 正規分布ではデータの 68%は $(mean \pm stddev)$、95%は $(mean \pm 2stddev)$ の範囲に入る



分散の計算

分散 (variance):

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

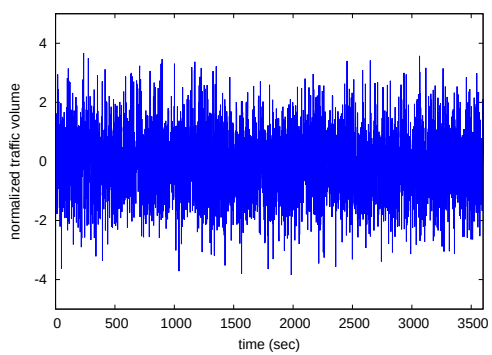
この式のままでは、一度平均を計算してから分散を計算する必要。
プログラミングでは、以下の式を使う方が簡単

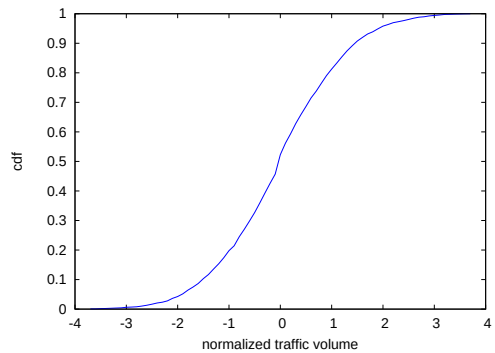
$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) \\
&= \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n}x_i + n\bar{x}^2) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \bar{x}^2
\end{aligned}$$

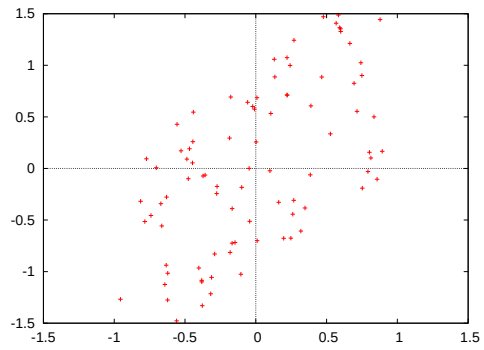
グラフ描画

データのばらつきを要約統計量だけから把握するのは難しい

直観的にデータの性質を把握するには、いくつかの統計的手法を用いてグラフを描画してみる







例: ある市民マラソンの完走時間分布

データ

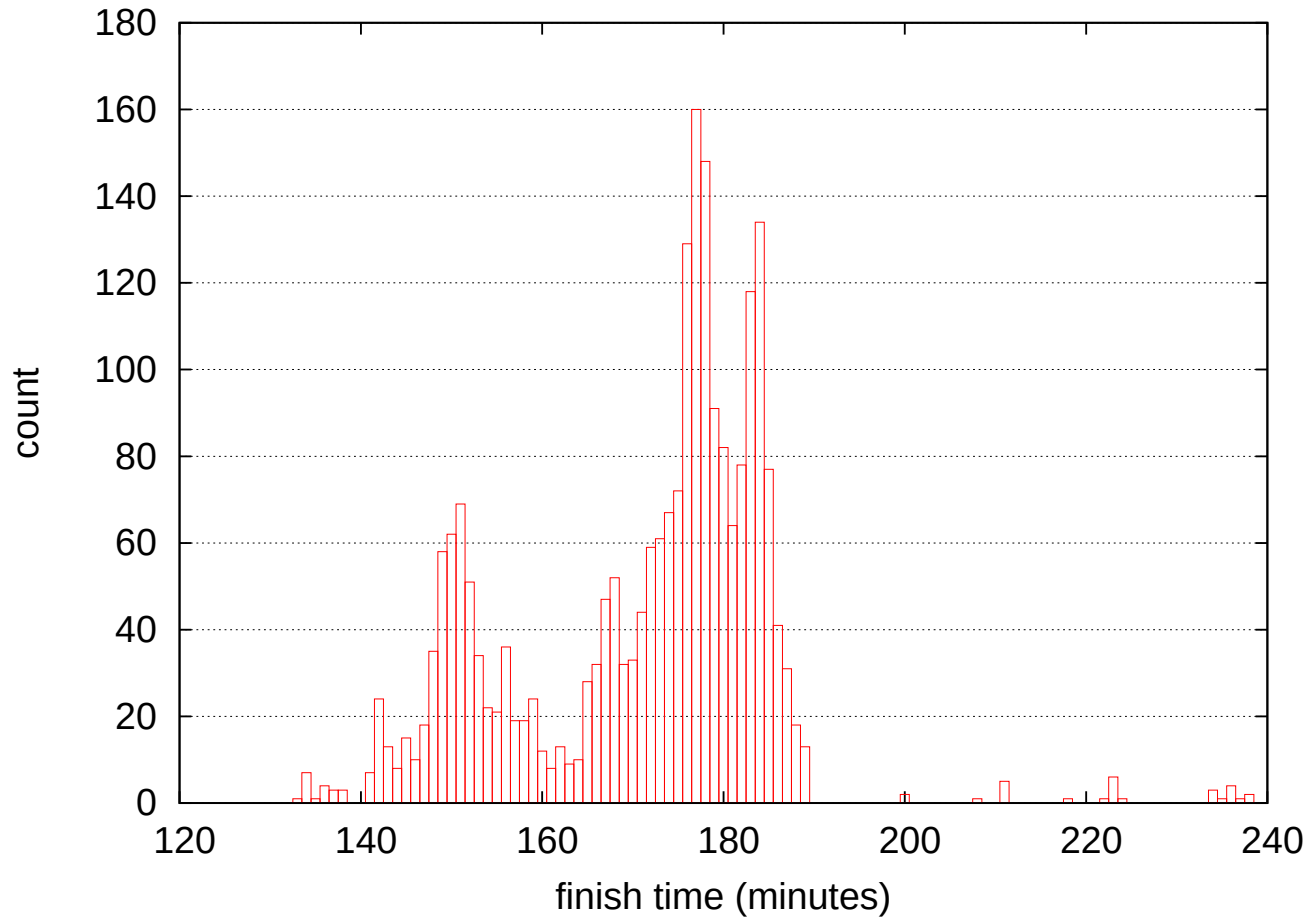
- sample data from a book: P. K. Janert “Gnuplot in Action”

```
# Minutes Count
133 1
134 7
135 1
136 4
137 3
138 3
141 7
142 24
...
```

完走者数:2,355 平均:171.3 分 標準偏差:14.1 中間値:176 分

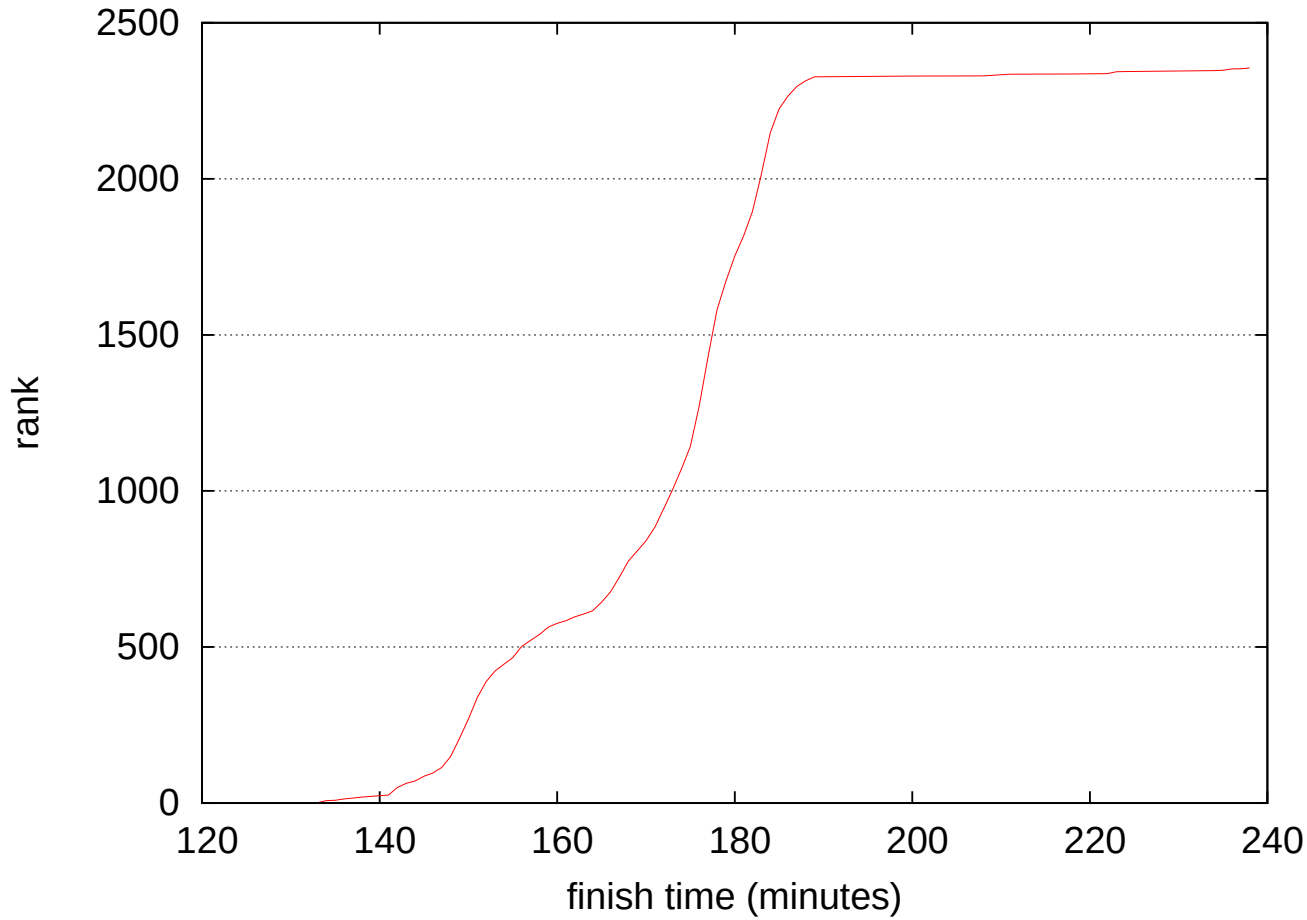
例: ある市民マラソンの完走時間分布 (2)

ヒストグラム



例: ある市民マラソンの完走時間分布 (3)

完走時間と順位の分布



グラフ描画のガイドライン

読み手の立場にたって、分かり易いグラフを描画する

- XY 軸のラベルを明確に
- XY 軸の目盛りと単位を明確に
- 個々の直線曲線にもラベルを付ける
- 適切なフォントとサイズを使う
- 慣習に従う: 0 を起点にする、数学シンボルや略称の使用など
- ばらつきを示す (平均値だけでは不十分)
- グラフの範囲を適切か
- ひとつのグラフで多くを示さない
- 異なるデータを比較する場合は、適切な正規化を行う
- グラフ同士を比較する場合は、XY 軸のスケールを合わせる
- 技術系は円グラフや 3D 効果グラフは使わない
- 色を使う場合
  - 白黒印刷しても読めるように配慮
  - プロジェクタ投影も配慮 (例:黄色は避ける)

生データのグラフ化

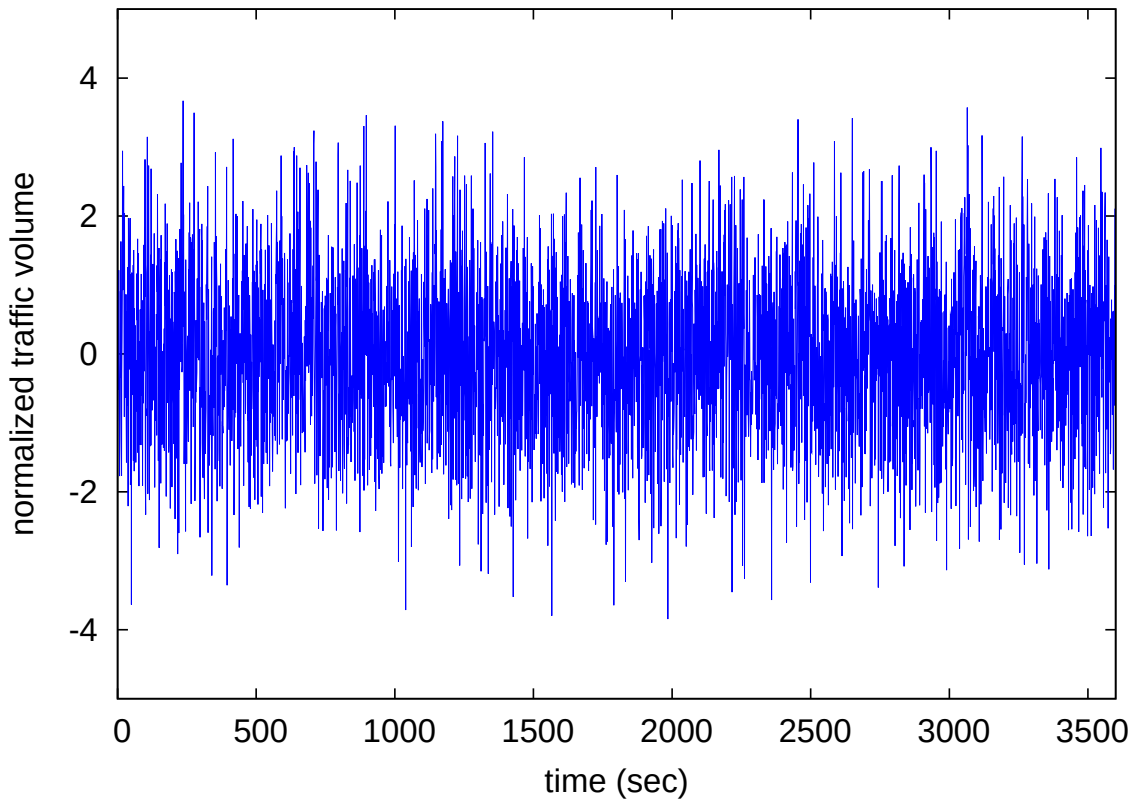
代表的なグラフ

- 時系列グラフ
- ヒストグラム
- 確率グラフ
- 散布図

時系列グラフ

変数の時間変化を見る

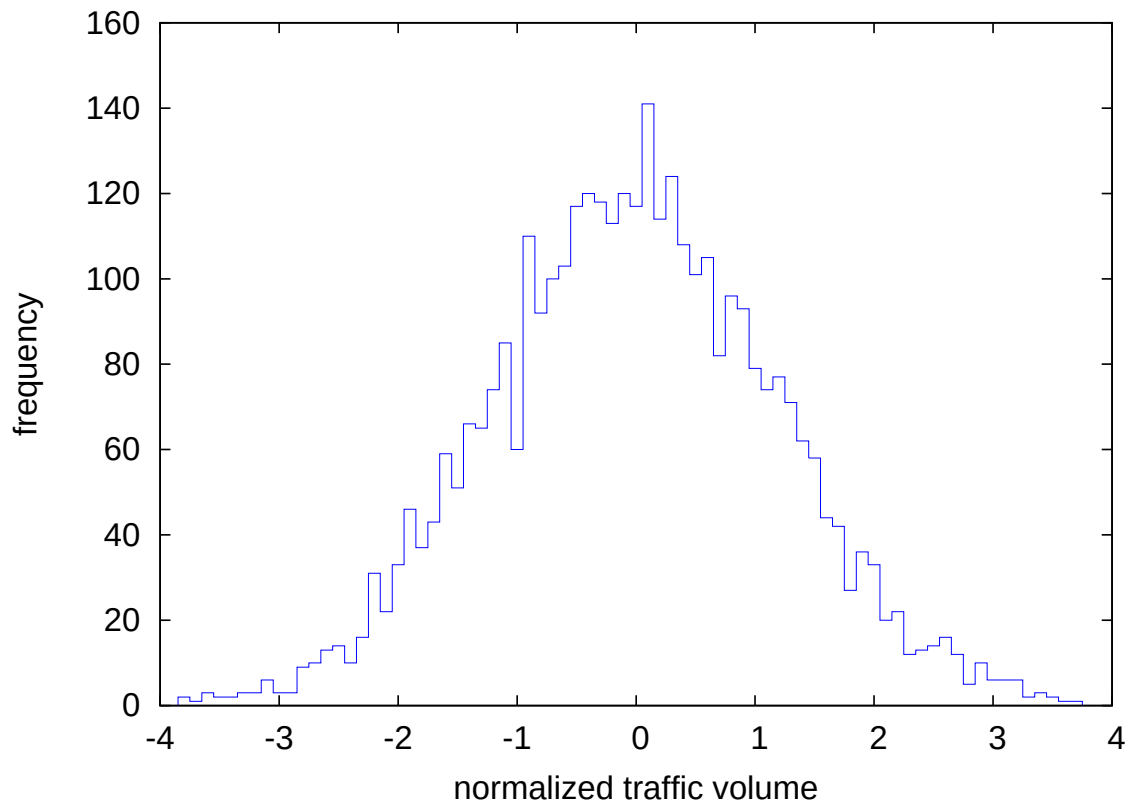
- X 軸に時間、Y 軸に変数値
- 時系列グラフから分かること
  - 位置の変化
  - ばらつきの変化
  - 外れ値の存在



ヒストグラム (1/2)

変数の分布の仕方を見る

- データを同じ幅のビンに分ける
- 各ビンのデータ数を数える
- X 軸:ビンの値 Y 軸:データ数



ヒストグラム (2/2)

ヒストグラムから分かる事

- 分布の中心 (位置)
- 分布の広がり
- 分布の偏り
- 外れ値の存在
- 複数のモードの存在 (山が複数あるか)

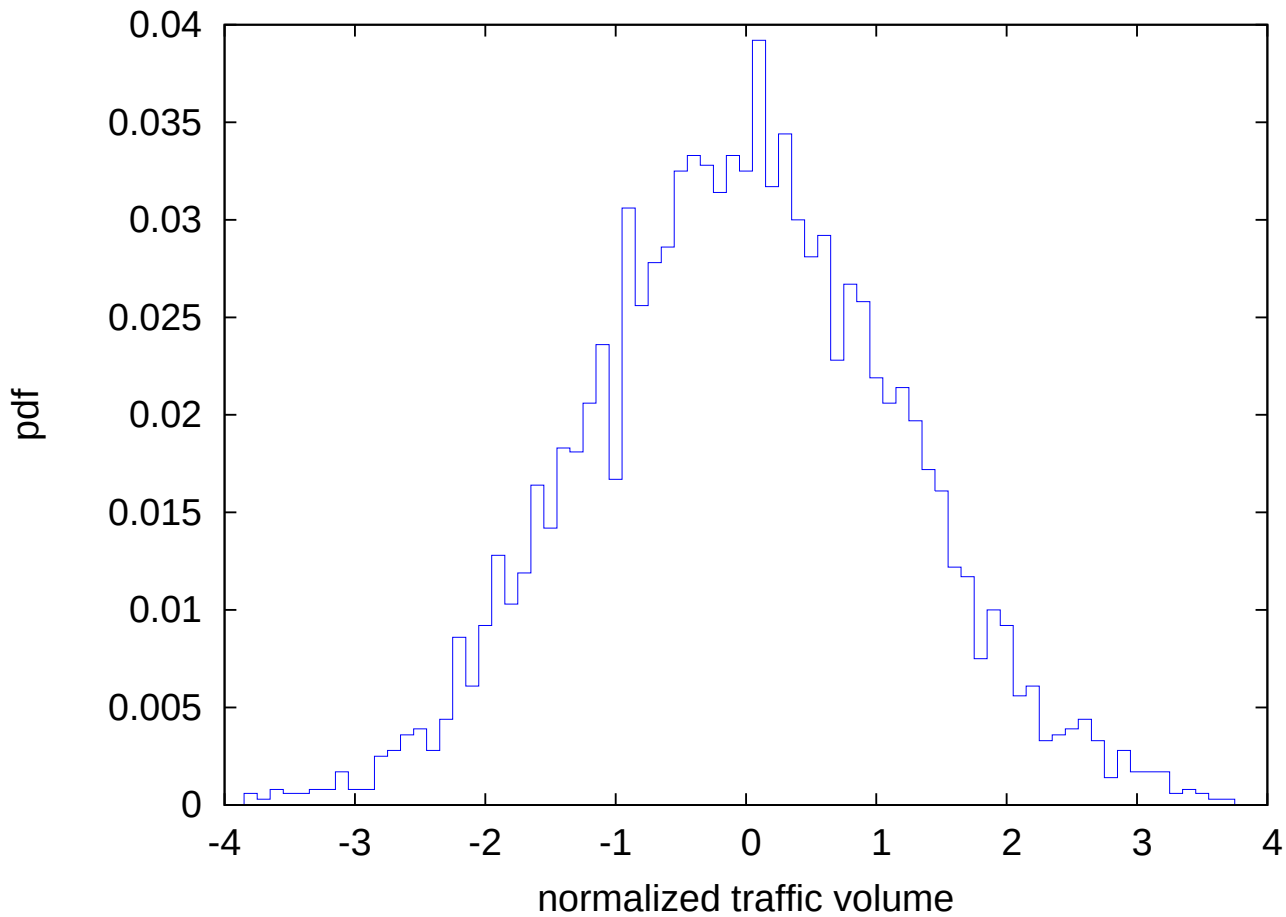
ヒストグラムの制約

- 適切なビン幅を選ぶ必要
  - 小さ過ぎると各ビンのサンプル数が足りなくなる
  - 大き過ぎると分布の詳細が分からない
  - 偏りの大きい分布では適切なビン幅の選択は難しい
- 十分なサンプル数が必要

確率密度関数 (probability density function; pdf)

- 合計面積が 1 となるように出現数を正規化
  - 出現数を総データ数で割って相対度数にする
- 確率密度関数: 確率変数 X が x という値をとる確率

$$f(x) = P[X = x]$$



累積分布関数 (cumulative distribution function; cdf)

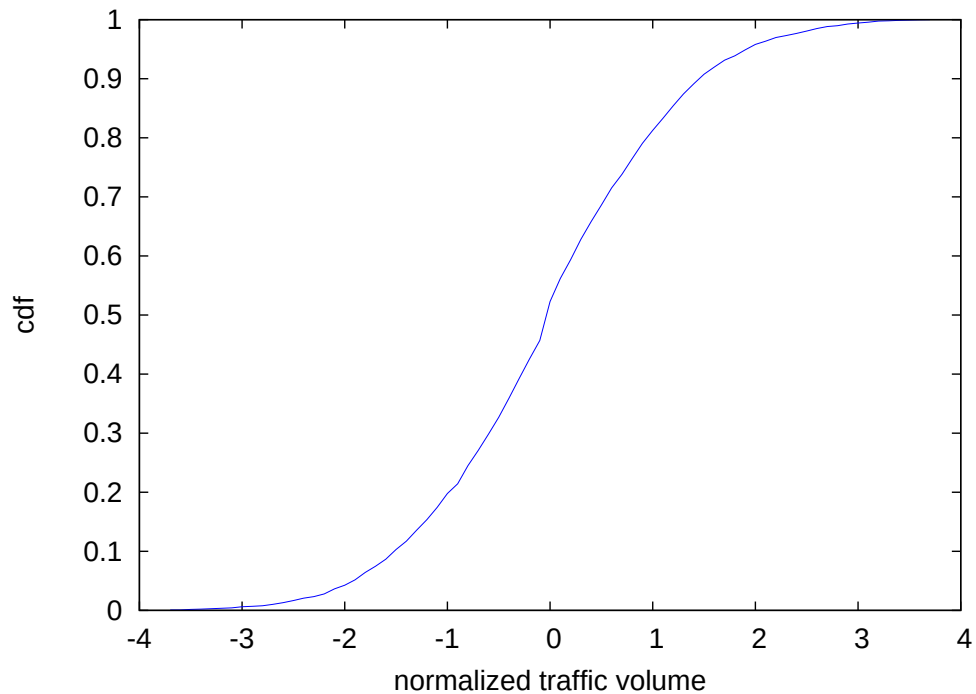
- 密度関数: x をいう値を観測する確率

$$f(x) = P[X = x]$$

- 累積分布関数: x 以下の値を観測する確率

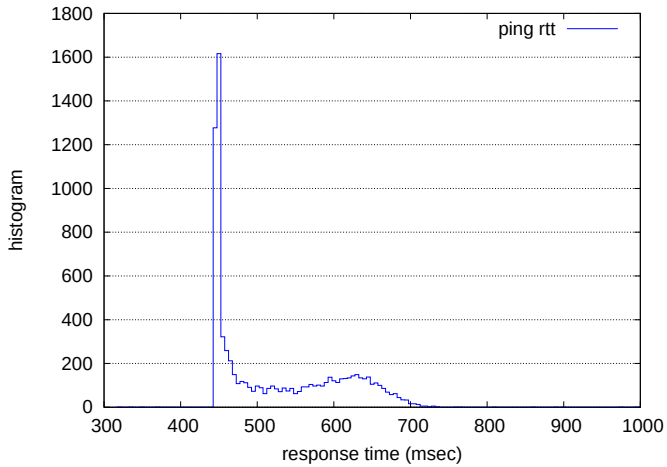
$$F(x) = P[X <= x]$$

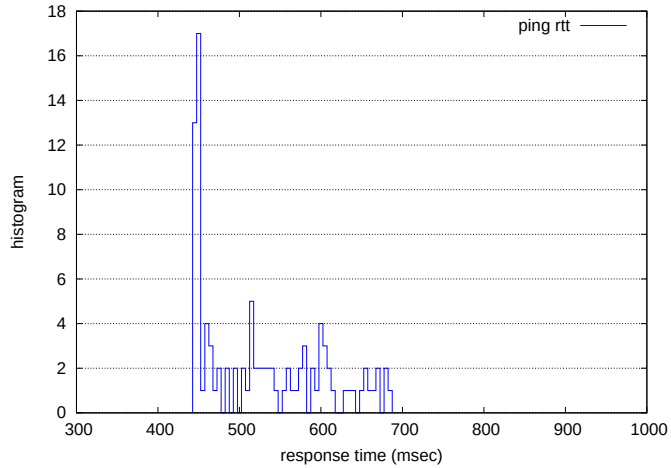
- 分布の偏りが大きい、サンプル数が少ない、外れ値が無視できない場合などは、ヒストグラムより有効

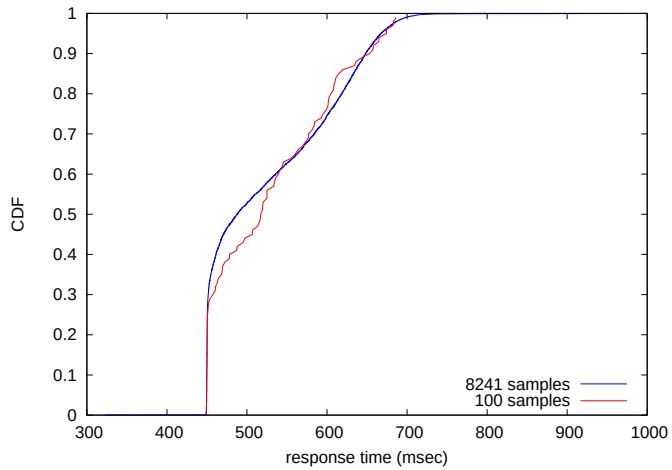


ヒストグラムと CDF の比較

- CDF の場合、ビン幅やサンプル数不足を考慮しなくていい
- CDF の方が複数の分布を重ねて比較しやすい



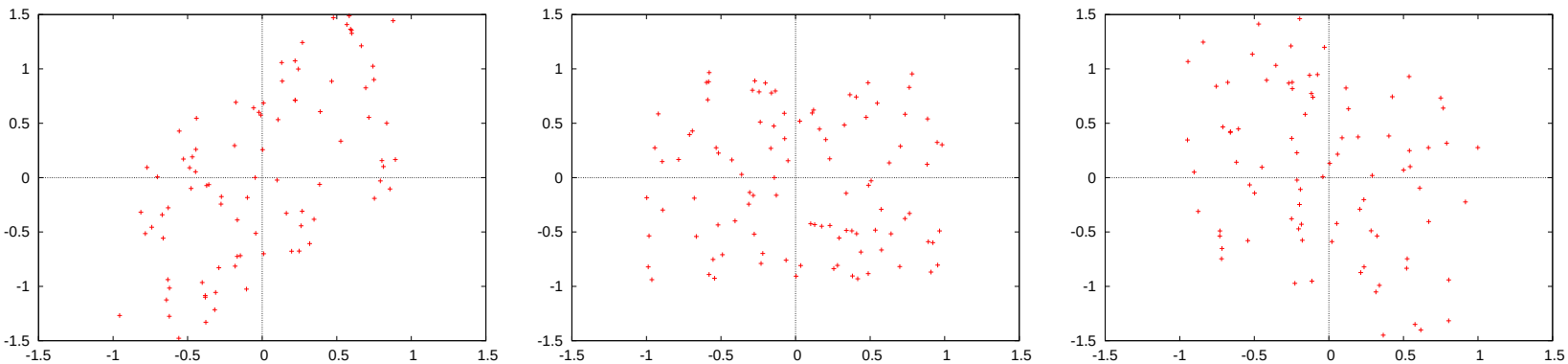




(左) 元データ (右)100 サンプル (下)CDF

散布図 (scatter plots)

- 2 つの変数の関係を見るのに有効
  - X 軸: 変数 X
  - Y 軸: それに対応する変数 Y の値
- 散布図で分かる事
  - X と Y に関連があるか
    - 無相関、正の相関、負の相関
  - 外れ値の存在があるか



例: (左) 正の相関 0.7 (中) 無相関 0.0 (右) 負の相関 -0.5

グラフ描画ツール

- gnuplot
  - コマンドラインツール、スクリプトで自動化し易い
  - http://gnuplot.info/
- grace
  - 使い易い GUI
  - 細かい仕上げ調整が可能
  - http://plasma-gate.weizmann.ac.il/Grace/

演習: 要約統計量の計算

- 平均
- 標準偏差
- 中央値

- 市民マラソンのデータを使う: 出典 P. K. Janert “Gnuplot in Action”

`http://web.sfc.keio.ac.jp/~kjc/classes/sfc2012s-measurement/marathon.txt`

演習: 平均の計算

- 各行から、完走時間 (分) と人数を読み合計、最後に総数で割る

```
# regular expression to read minutes and count
re = /^(\d+)\s+(\d+)/

sum = 0 # sum of data
n = 0 # the number of data
ARGF.each_line do |line|
    if re.match(line)
      min = $1.to_i
      cnt = $2.to_i
      sum += min * cnt
      n += cnt
    end
end

mean = Float(sum) / n

printf "n:%d mean:%.1f\n", n, mean
```

```
% ruby mean.rb marathon.txt
n:2355 mean:171.3
```

演習: 標準偏差の計算

- アルゴリズム: $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

```
# regular expression to read minutes and count
re = /^(\d+)\s+(\d+)/

data = Array.new
sum = 0 # sum of data
n = 0 # the number of data
ARGF.each_line do |line|
    if re.match(line)
      min = $1.to_i
      cnt = $2.to_i
      sum += min * cnt
      n += cnt
      for i in 1 .. cnt
        data.push min
      end
    end
end
mean = Float(sum) / n
sqsum = 0.0
data.each do |i|
  sqsum += (i - mean)**2
end
var = sqsum / n
stddev = Math.sqrt(var)
printf "n:%d mean:%.1f variance:%.1f stddev:%.1f\n", n, mean, var, stddev
```

```
% ruby stddev.rb marathon.txt
n:2355 mean:171.3 variance:199.9 stddev:14.1
```

演習: 標準偏差の計算の改良

- アルゴリズムを改良: $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$

```
# regular expression to read minutes and count
re = /^(\d+)\s+(\d+)/

sum = 0 # sum of data
n = 0 # the number of data
sqsum = 0 # su of squares
ARGF.each_line do |line|
    if re.match(line)
      min = $1.to_i
      cnt = $2.to_i
      sum += min * cnt
      n += cnt
      sqsum += min**2 * cnt
    end
end

mean = Float(sum) / n
var = Float(sqsum) / n - mean**2
stddev = Math.sqrt(var)

printf "n:%d mean:%.1f variance:%.1f stddev:%.1f\n", n, mean, var, stddev
```

```
% ruby stddev2.rb marathon.txt
n:2355 mean:171.3 variance:199.9 stddev:14.1
```

演習: 中央値の計算

- 各走者のタイムを配列に入れソート、中央値を取り出す

```
# regular expression to read minutes and count
re = /^(\d+)\s+(\d+)/

data = Array.new

ARGF.each_line do |line|
    if re.match(line)
      min = $1.to_i
      cnt = $2.to_i
      for i in 1 .. cnt
        data.push min
      end
    end
end

data.sort! # just in case data is not sorted

n = data.length # number of array elements
r = n / 2 # when n is odd, n/2 is rounded down
if n % 2 != 0
  median = data[r]
else
  median = (data[r - 1] + data[r])/2
end

printf "r:%d median:%d\n", r, median
```

```
% ruby median.rb marathon.txt
r:1177 median:176
```

演習: gnuplot

- gnuplot を使って簡単なグラフを書く

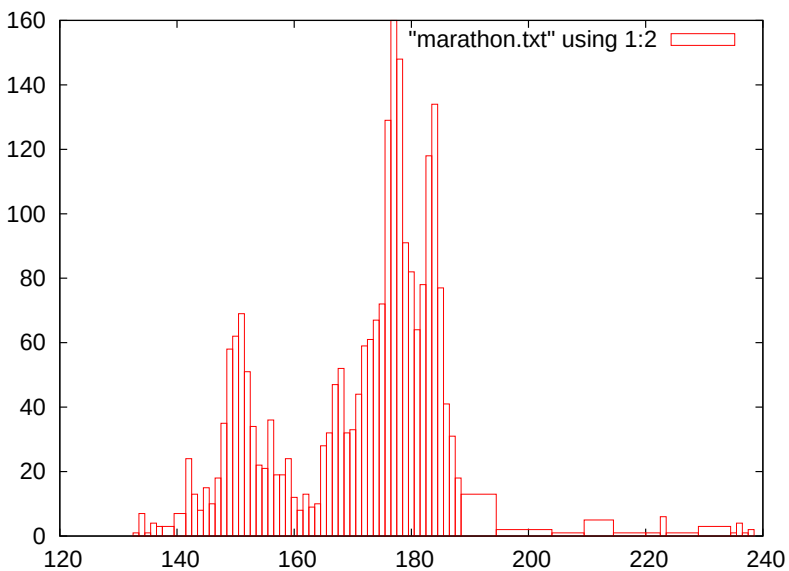
ヒストグラム

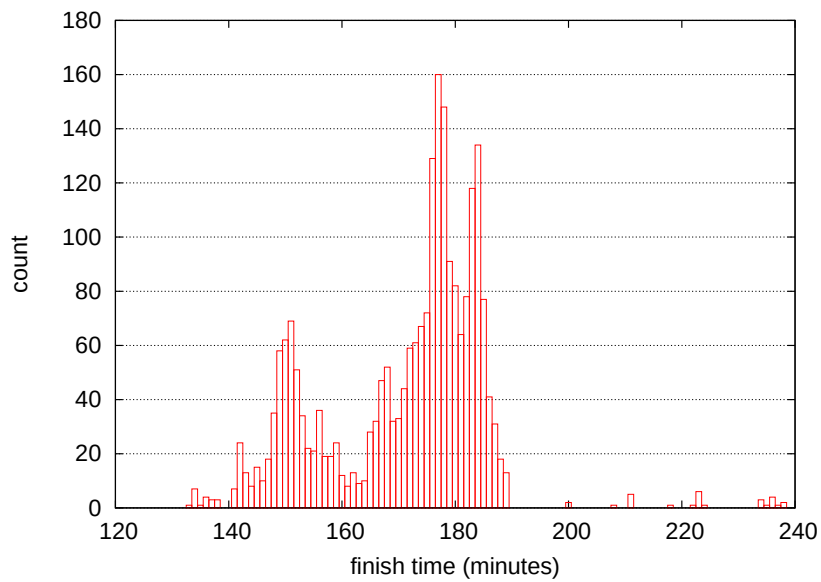
- 市民マラソンの完走タイムの分布

```
plot "marathon.txt" using 1:2 with boxes
```

グラフを見やすくする (右側)

```
set boxwidth 1
set xlabel "finish time (minutes)"
set ylabel "count"
set yrange [0:180]
set grid y
plot "marathon.txt" using 1:2 with boxes notitle
```





演習: 完走時間の CDF の作成

元データ:

```
# Minutes Count
133 1
134 7
135 1
136 4
137 3
138 3
141 7
142 24
...
```

累積度数を追加:

```
# Minutes Count CumulativeCount
133 1 1
134 7 8
135 1 9
136 4 13
137 3 16
138 3 19
141 7 26
142 24 50
...
```

演習: CDF (2)

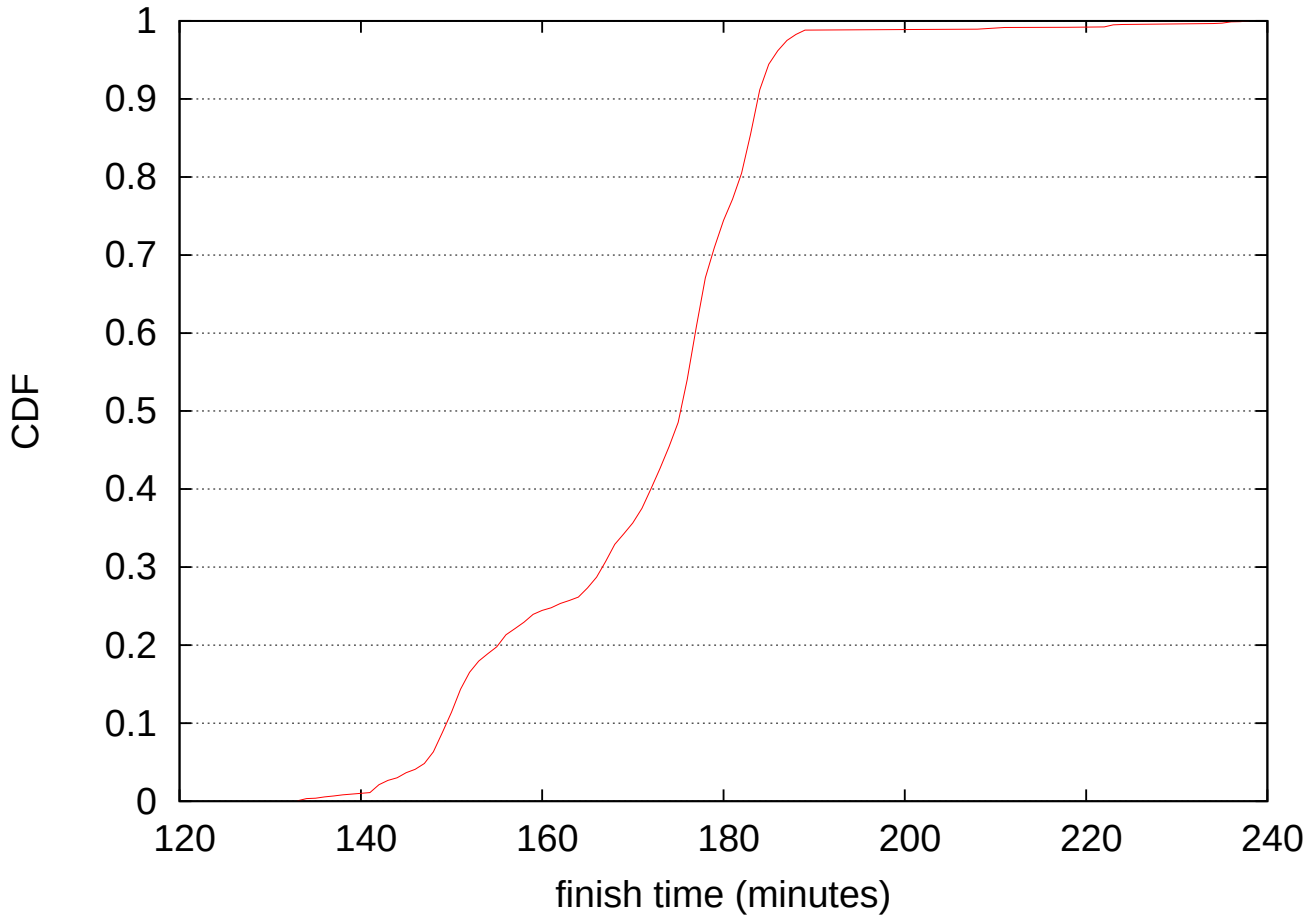
ruby code:

```
re = /^(\d+)\s+(\d+)/
cum = 0
ARGF.each_line do |line|
  begin
    if re.match(line)
      # matched
      time, cnt = $~.captures
      cum += cnt.to_i
      puts "#{time}\t#{cnt}\t#{cum}"
    end
  end
end
```

gnuplot command:

```
set boxwidth 1
set xlabel "finish time (minutes)"
set ylabel "CDF"
set grid y
plot "marathon-cdf.txt" using 1:($3 / 2355) with lines notitle
```

市民マラソンの完走時間 CDF



まとめ

データとばらつき

- 要約統計量 (平均、標準偏差、分布)
- グラフによる可視化
- 演習: 要約統計量計算と gnuplot によるグラフ描画

次回予定

第 3 回 データの収集と記録 (4/20)

- ネットワーク管理ツール
- データフォーマット
- ログ解析手法
- 演習: ログデータと正規表現